



Estimación de niveles óptimos de cobertura para portafolios de inversión estáticos, dinámicos y con varianza condicional. Evidencia en países emergentes

Galindo Manrique, Alicia;¹ Lambretón Torres, Viviana² y Rodríguez García, Martha³

¹Instituto Tecnológico y de Estudios Superiores de Monterrey, *alicia.galindo@tec.mx*,
Av. Eugenio Garza Sada 2501, sur. Col. Tecnológico, Monterrey,
Nuevo León, México (+52) 81 8358 2000

²Universidad de Monterrey, *viviana.lambreton@udem.edu*,
Av. Morones Prieto 4500 poniente, col. Jesús M Garza, San Pedro Garza García,
Nuevo León, México, (+52) 81 8215 1490

³Universidad Autónoma de Nuevo León, Facultad de Contaduría Pública y Administración
marthadelpilar2000@yahoo.com, Av. Universidad S/N, Col. Ciudad Universitaria, Monterrey,
Nuevo León, México (+52) 81 8329 4000

Información del artículo arbitrado e indexado en Latindex:

Revisión por pares

Fecha de aceptación: 9 de junio de 2019

Fecha de publicación en línea: 31 de julio de 2019

Resumen

La creación de portafolios es una herramienta versátil que le permite al inversionista evaluar la distribución de diversos activos financieros y al mismo tiempo disminuir la volatilidad implícita en los mercados. En esta investigación se compara la eficiencia en el nivel óptimo de cobertura utilizando el modelo de mínimos cuadrados, mínimos cuadrados con ventanas móviles y el modelo GARCH, para un portafolio compuesto por el precio spot del Índice MSCI Mercados Emergentes y los precios futuros del oro, durante 2010 a 2018. Los resultados de este estudio demuestran que de los tres modelos analizados, el método de mínimos cuadrados con ventanas móviles de 6 meses fue el que generó la mayor eficiencia en la cobertura y la menor volatilidad, inclusive por encima del modelo GARCH que resultó ligeramente menos eficiente.

Palabras clave: nivel óptimo de cobertura, volatilidad, GARCH y países emergentes.

Abstract

The purpose of portfolio theory is to optimize the selection of a finite number of financial assets. This technique is a very versatile tool that allows institutional investors evaluate the creation of wealth, diminishing market volatility. This research compares the efficient hedge ratio and the optimal hedge ratio between three models: traditional ordinary least squares, least squares with mobile windows of time and GARCH model. The data employed in this study comprises monthly observations on the MSCI Emerging Market Index, as the spot, and the futures of gold during 2010 to 2018. Our findings reveal that the dynamic model with mobile windows has the greater efficient in hedging and the lowest volatility than the GARCH model.

Key words: optimal hedge ratio, volatility, GARCH and emerging countries.

1. INTRODUCCIÓN

La integración de los mercados financieros entre países, ofrece a los inversionistas, una cartera más amplia de oportunidades de generar portafolios de inversión más diversificados, lo que requiere de un conocimiento más profundo del comportamiento de los instrumentos de inversión para disminuir el riesgo y mejorar los rendimientos (Sadorsky 2014).

De acuerdo a Rondinone & Thomasz (2018), durante la última década, diversas innovaciones financieras han permitido que *commodities* (productos básicos) agrícolas, metales o energéticos, pasen a formar parte de portafolios de inversión junto a otros activos financieros tradicionales, como son los bonos y las acciones. Los *commodities* son considerados hoy en día como una forma de diversificar el riesgo y la cobertura contra la inflación.

Estudios como el de Ibbotson Associates, (2006) y Erb & Harvey (2016) concluyen que un portafolio que incluya *commodities* tiene un menor riesgo al tener una mejor diversificación aunado a mayores rendimientos que un portafolio que no los incluya.

Corroborando lo anterior, Hillier *et al.*, (2006) al investigar la utilidad de utilizar metales preciosos como el oro, plata y platino para diversificar un portafolio de inversión que protegiera contra la volatilidad del precio de las acciones, concluye, de igual forma, que un portafolio que contenga metales preciosos y acciones genera mayores rendimientos que uno que contenga solo acciones.

Una de las técnicas más utilizadas para para reducir riesgo y minimizar la exposición es el uso de contratos de futuros. Los futuros de *commodities* son una clase de activos financieros relativamente desconocida aún y cuando su uso en los Estados Unidos data de más de 100 años. En opinión de Gorton & Rouwenhorst (2005), la razón puede deberse a la escasez de datos sobre los rendimientos de los futuros de los mismos. Los futuros de los *commodities* permiten a las compañías obtener un seguro por el valor futuro de sus

productos o insumos mientras que los inversionistas en futuros, reciben una compensación por asumir el riesgo de fluctuaciones en sus precios en el corto plazo.

El contrato de futuros de *commodities* puede definirse entonces como un acuerdo para comprar (o vender) una cantidad específica de un producto básico en una fecha futura al precio acordado en la fecha del contrato.

Dentro del grupo de *commodities*, el oro es un producto representativo que, aun y cuando se le asigne un pequeño porcentaje del portafolio, su transparencia y baja correlación con otras clases de activos lo convierten en un instrumento de inversión atractivo, agregando poder de diversificación en gran parte del espectro del riesgo durante períodos de mala administración fiscal o monetaria, crisis o cambios fundamentales en la moneda dominante.

Aunado a lo anterior, a pesar de que índices de productos básicos están más diversificados y tienen menos volatilidad que el oro, no existe evidencia de que tengan un rendimiento superior (Michaud *et al.*, 2006).

El oro es comúnmente considerado como una herramienta de cobertura para ser incluido en las carteras debido a que generalmente ha mostrado movimientos a la alza durante recesiones, por lo que es considerado como una herramienta confiable para hacer frente a la volatilidad en el mercado de valores. El oro es, en opinión de Wang, superior a otros activos ya que es un metal precioso con funciones de moneda (Wang *et al.*, 2011).

El uso de contratos de futuros de *commodities* es entonces considerado una buena estrategia para minimizar la exposición al riesgo, sin embargo, la decisión de cuantos contratos de futuros se requieren para cubrir el riesgo no es algo fácil de determinar. En el caso de que los precios al contado y el de los futuros estén perfectamente correlacionados, el índice de cobertura ingenuo de 1 a 1 minimizaría el riesgo de la cartera cubierta porque los cambios en el precio al contado se compensarían perfectamente con los cambios en el precio del futuro. No obstante, los

mercados al contado y de futuros se caracterizan por el riesgo base: los precios al contado y de futuros no están perfectamente correlacionados y convergen solo al vencimiento del contrato.

Por lo tanto, durante la vida de la cobertura, los cambios en el valor de la posición al contado no pueden ser compensados perfectamente por los cambios en los precios de los futuros. En este caso, el índice de cobertura ingenua no minimiza el riesgo de la cartera cubierta y hace necesario estimar el índice de cobertura óptimo u *optimal hedge ratio*. (DINICÁ & Balea, 2014).

Autores como Meyers & Tompson, (1998), García *et al.*, (2006), Ku *et al.*, (2007) y Bhattacharya *et al.*, (2011) indican que un nivel de cobertura estático no es apropiado, ya que los períodos de volatilidad generan ineficiencia en la cobertura, de igual forma indican que métodos como el de mínimos cuadrados (OLS) que dependen solo de la información disponible en el momento no es adecuado como estimador del nivel óptimo de cobertura, indicando que métodos autoregresivos deberían proporcionar mejores estimaciones del nivel óptimo de cobertura.

Estudios como el de Mili & Abid (2004) indican que aunque los modelos autoregresivos son mejores en periodos de alta volatilidad, modelos como el OLS que generan niveles de cobertura estáticos superan a estrategias dinámicas que permiten índices de cobertura variables en el tiempo al proporcionar la mayor reducción en la variación de la cartera.

Considerando lo anterior, y después de analizar la naturaleza volátil tanto del índice de mercados emergentes como de los futuros del oro, esta investigación tiene como objetivo el generar portafolios de inversión estáticos y dinámicos que incluyan al índice MSCI para mercados emergentes y como instrumento de cobertura los futuros del oro, utilizando para ello que niveles de cobertura estáticos y que varían con el tiempo con la finalidad de comparar los rendimientos y la eficacia de la cobertura en la construcción de los portafolios.

Para determinar el nivel óptimo de cobertura estático se utiliza el modelo de mínimos cuadrados (OLS) y para determinar

los niveles de cobertura que varían con el tiempo se utilizan mínimos cuadrados (OLS) con ventanas móviles y el modelo GARCH (*Generalized Autoregressive Conditionally Heteroscedastic*).

Esta investigación es relevante y contribuye a la generación de conocimiento al considerar el impacto de las asimetrías en la cobertura de las posiciones del Índice MSCI para Mercados Emergentes utilizando contratos de futuros del oro.

En la literatura existen estudios que involucran la medición de la volatilidad y correlaciones entre acciones y otros commodities como el petróleo; sin embargo, son pocas las investigaciones que relacionan las inversiones en mercados emergentes y futuros del oro, agregando niveles óptimos de cobertura y la comparación entre portafolios estáticos y dinámicos. Siendo esto último la contribución principal de nuestro estudio.

Las siguientes cinco secciones de este documento incluyen una revisión de literatura en el marco teórico en la segunda sección, la descripción de la metodología y los modelos utilizados en la tercera sección. En la cuarta sección se presentan los resultados y la discusión de los mismos. Las conclusiones se presentan en la quinta y última sección.

2. MARCO TEÓRICO

Dado que la utilidad y el riesgo son dos medidas que a menudo compiten en el éxito de una inversión, la construcción de un portafolio óptimo debe buscar el equilibrio entre estas dos variables. Un portafolio eficiente, según la teoría propuesta por Markowitz (1959), es aquel que tiene un mínimo riesgo para un retorno dado. La idea más importante propuesta en esta teoría es que la construcción del portafolio debería centrarse en la compensación entre el rendimiento esperado y el riesgo medido por la desviación estándar. Esta teoría plantea las ventajas de diversificar las inversiones para de esta manera reducir la exposición al riesgo.

La teoría de portafolio de Markowitz fue posteriormente generalizada de forma independiente pero simultánea por los economistas Lintner (1965), Mossin (1966) y Sharpe

(1964). El objetivo de sus investigaciones era el desarrollo de modelos explicativos y predictivos para el comportamiento de los activos financieros, dando lugar al modelo de Valoración del Precio de los Activos Financieros o Capital Asset Pricing Model, mejor conocido como modelo CAPM, la cual es una de las herramientas más utilizadas en el área financiera para determinar la tasa de retorno requerida para un cierto activo.

La teoría moderna de portafolios es una teoría de la inversión que apunta a maximizar el rendimiento esperado del portafolio por un monto determinado de riesgo del mismo, es decir, minimizar el riesgo para un nivel determinado de rendimiento esperado. El objetivo en la construcción de un portafolio de inversión será entonces el encontrar una asignación óptima de la serie de activos que lo conforman. El portafolio óptimo será aquel que combine los activos que lo integran en las proporciones que expongan al inversionista al nivel de riesgo que está dispuesto a correr y que al mismo tiempo le generen el mayor rendimiento posible (Pástor, 2000).

En los últimos años, ha habido un incremento del uso de derivados como una forma de reducir la exposición al riesgo. Una de las herramientas de cobertura más socorrida es aquella enfocada en contratos de futuros, y ya que el riesgo se mide por la volatilidad de los rendimientos, es de vital importancia el poder determinar el nivel de cobertura óptimo. El nivel óptimo de cobertura es la razón entre el número de unidades de activos de futuros en relación al número de unidades del activo financiero a cubrir (*spot asset*).

El nivel óptimo de cobertura puede estimarse mediante un modelo de regresión de mínimos cuadrados (OLS) donde la variable dependiente sean los precios spot y la variable independiente los precios de futuros. Sin embargo, las series de tiempo financieras tienen la característica de presentar volatilidad de los rendimientos a lo largo del tiempo. Dicha volatilidad no es constante, es decir hay períodos con volatilidad baja y otros períodos con alta volatilidad, lo que indicaría la presencia de heteroscedasticidad, por lo que los modelos tradicionales que presuponen una

varianza homoscedástica no son adecuados para determinar la volatilidad.

Myers & Thompson, (1989) indican que un modelo de regresión simple no es adecuado para la determinación del nivel óptimo de cobertura, ya que los precios de los commodities están caracterizados por matrices de covarianza que varían en el tiempo, por lo que es más adecuado utilizar en su cálculo un modelo multivariable.

Por su parte, Baille & Myers, (1991) emplearon el modelo Bivariable GARCH para estimar la razón óptima de 6 commodities, encontrando que el modelo es adecuado, no obstante, la razón óptima varía a lo largo del tiempo, por lo que considerar una razón óptima constante sería inapropiado.

Aunque muchos estudios han comprobado la eficacia de los modelos autoregresivos para medir la volatilidad, no existe un consenso de si es mejor un modelo de mínimos cuadrados o un modelo multivariable como el GARCH para determinar el nivel óptimo de cobertura a lo largo del plazo. Los resultados de la investigación efectuada por Ku *et al.*, (2007) indican que el modelo de correlación condicional dinámico proporciona el mejor desempeño de cobertura. No obstante, el modelo GARCH multivariable tradicional genera la peor eficacia de cobertura, incluso inferior a los métodos de cobertura que no varían en el tiempo como el OLS. Concluyen, además, que la inclusión de correlaciones condicionales dinámicas en el modelo GARCH puede, no obstante, captar mejor las frecuentes fluctuaciones en los mercados de futuros.

Lien *et al.*, (2002) al comparar los rendimientos de las relaciones de cobertura estimadas a partir del método OLS (mínimos cuadrados ordinarios) y el método de correlación constante VGARCH encontraron que la relación de cobertura de OLS funciona mejor que la relación de cobertura de VGARCH. Este resultado puede ser otra indicación de que los pronósticos generados por los modelos VGARCH son demasiado variables.

Resultados del estudio efectuado por Bystrom (2003) indican que el modelo OLS

mostró un mejor desempeño en la determinación del nivel óptimo de cobertura que otros modelos más complejos en el mercado Noruego de futuros de electricidad.

Mili & Abid (2004), por su parte, al investigar la eficiencia de un nivel de cobertura estático en comparación a uno dinámico utilizando modelos OLS, GRACH y VECM indican que la mayoría de las veces, la correlación de los modelos de OLS excede la correlación dinámica estimada por el modelo GARCH.

Sin embargo, notaron que la correlación dinámica excede a la constante durante los períodos de mayor volatilidad, pero no proporciona una cobertura adecuada durante períodos de menor volatilidad. Al determinar la efectividad de la cobertura de cada uno de los modelos analizados para diferentes horizontes de cobertura, los resultados muestran que, en general, la cobertura estática supera a las estrategias dinámicas que permiten índices de cobertura variables en el tiempo al proporcionar la mayor reducción en la variación de la cartera, aunque, durante los períodos de mayor volatilidad, las estrategias estáticas no logran proporcionar un desempeño de cobertura adecuado.

Bhattacharya *et al.*, (2015) al comparar la utilización de modelos OLS estáticos o con ventanas móviles para determinar el nivel óptimo de cobertura concluyen que el modelo de mínimos cuadrados móvil supera a modelo estático en la eficiencia de la cobertura.

En cuanto a la medición de la volatilidad, se han efectuado algunos estudios para medir la volatilidad de las acciones en relación al precio de algunos commodities, principalmente del petróleo. A continuación se presentan algunos de ellos mencionando el objetivo de la investigación, el modelo utilizado así como los resultados que se obtuvieron

Brooks *et al.*, (2002) indican que existe una amplia evidencia de que la volatilidad de los rendimientos de las acciones muestra una respuesta asimétrica a las buenas y malas noticias. En su estudio, consideran el impacto de la asimetría en las coberturas que varían en el tiempo para futuros financieros, utilizan un modelo GARCH variable para evaluar los modelos en un marco moderno de gestión de

riesgos, resaltando la importancia de permitir que los índices de cobertura óptimos varíen en el tiempo y sean asimétricos. Por lo que concluyen que los modelos asimétricos, que permiten que las innovaciones de precios positivas y negativas afecten los pronósticos de volatilidad de manera diferente, producen mejoras en la precisión del pronóstico en la muestra. Su principal hallazgo fue que el permitir las asimetrías llevó a una reducción considerable del riesgo de la cartera en los horizontes de pronóstico más cortos, y beneficios modestos cuando se incrementó la duración de la cobertura

Chang *et al.* (2013), analizaron las correlaciones y los efectos secundarios de la volatilidad entre el petróleo y los mercados financieros, sobre la base de los retornos del crudo y los índices de acciones utilizando para ello los modelos CCC, VARMA-GARCH, VARMA-AGARCH y DCC. Sus resultados dejan en claro que el supuesto de correlaciones condicionales constantes no se admite empíricamente. Los resultados empíricos de los modelos VARMA-GARCH y VARMA-AGARCH brindan poca evidencia de los efectos secundarios de la volatilidad entre el crudo y los mercados financieros

Creti *et al.*, (2013) mediante el modelo DCC-GARCH investigaron los vínculos entre los rendimientos de los precios de 25 commodities y el de las acciones. Sus resultados indican que las correlaciones entre los productos y los retornos de las acciones evolucionan a lo largo del tiempo, siendo altamente volátiles, particularmente desde la crisis financiera de 2007-2008.

Algunos productos se caracterizan por un fenómeno de especulación, especialmente el aceite, el café y el cacao.

Sadorsky, (2014) para modelar las volatilidades y las correlaciones condicionales entre los precios de las acciones en los mercados emergentes, los precios del cobre, los precios del petróleo y los precios del trigo empleó el VARMA-AGARCH y el DCC-AGARCH. Encontrando que los precios de las acciones en los mercados emergentes y los precios del petróleo muestran efectos de apalancamiento. En promedio, el petróleo proporciona la cobertura más barata para los

precios de las acciones en los mercados emergentes, mientras que el cobre es el más caro

Basher & Sadorsky (2015), modelaron las volatilidades y las correlaciones condicionales entre los precios de las acciones en los mercados emergentes, los precios del petróleo, el VIX, los precios del oro y los precios de los bonos, para lo cual utilizaron el DCC, ADCC y el GO-GARCH.

Sus conclusiones establecen que el petróleo es el mejor activo para cubrir los precios de las acciones en los mercados emergentes. Es más efectivo el modelo ADCC para cubrir precios de acciones de mercados emergentes con petróleo, VIX o bonos. Los índices de cobertura estimados a partir del GO-GARCH son más efectivos para cubrir los precios de las acciones de mercados emergentes con oro en algunos casos.

Derivado de los resultados y conclusiones de las investigaciones consultadas, este estudio tiene dos propósitos fundamentales. Primero determinar, para mercados emergentes, si una cobertura estática o una dinámica es más conveniente para reducir el riesgo y generar mayores rendimientos. En segundo lugar, comprobar si el método GARCH resulta más adecuado para determinar el nivel óptimo de cobertura que el modelo de mínimos cuadrados con ventanas móviles o estático.

3. MÉTODO

Dado que el objetivo de esta investigación es realizar un estudio comparativo sobre los niveles óptimos de cobertura para portafolios estáticos, dinámicos y utilizando la varianza condicional proveniente de modelos GARCH, bajo estos escenarios, se realiza el cálculo de las razones óptimas de cobertura utilizando la regresión de mínimos cuadrados, regresión de mínimos cuadrados con ventanas móviles de 6 meses y con modelación de volatilidad. En esta sección se presenta la metodología empleada. Los resultados y su análisis se presentan en la siguiente sección.

Como primer paso se obtiene, de la base de datos de Bloomberg, el Índice MSCI de Mercados Emergentes y el precio de los contratos de futuros del oro en forma mensual durante los períodos 2010 a 2018. El índice de Mercados Emergentes de Morgan Stanley Capital International (MSCI) mide el rendimiento global de los mercados de capitales de 24 países emergentes. La Tabla 1 muestra a los países que conforman actualmente el Índice MSCI para mercados emergentes. Por su parte, los futuros del oro se obtuvieron del índice GCI: GOLD desarrollado en Bloomberg cuyo volumen de operación es el más representativo en la plataforma de metales preciosos.

Tabla 1. Países que conforman el Índice MSCI mercados emergentes por región.

América	Europa, Medio Oeste y África	Asia
Brasil	República Checa	China
Chile	Egipto	India
Colombia	Grecia	Indonesia
México	Hungría	Corea
Perú	Polonia	Malasia
	Catar	Pakistán
	Rusia	Filipinas
	Sud África	Taiwán
	Turquía	Tailandia
	Emiratos Árabes Unidos	

Fuente: Elaboración propia con base en www.MSCI.com

Posteriormente se determinan y analizan las estadísticas descriptivas del comportamiento

de los precios y sus variaciones en función a la media, mediana, máximo, mínimo, asimetría,

curtosis y desviación estándar, así como la volatilidad anualizada.

:

$$\text{Volatilidad Anualizada} = \sigma_r \sqrt{12} \quad (1)$$

Donde σ_r es la desviación estándar de los rendimientos mensuales y 12 representa el número de meses en el año.

El cálculo de la volatilidad anualizada utiliza la siguiente fórmula

Los rendimientos fueron calculados con las diferencias logarítmicas de los precios:

$$r_{Xt} = \ln(X_t) - \ln(X_{t-1}) \quad (2)$$

Donde X representa el precio del Índice MSCI spot y el futuro del oro.

Con la finalidad de probar la estacionalidad de las series de tiempo, se aplicó a los precios originales y a los rendimientos la prueba de raíz unitaria de Dickey-Fuller. La raíz unitaria es característica de procesos que evolucionan a través del tiempo y que pueden ocasionar interferencia o ruido estadístico (Dickey & Fuller, 1976). La estacionalidad de una serie puede influir fuertemente su comportamiento y sus propiedades. El uso de datos no estacionarios puede llevar a tener regresiones espurias en donde existan coeficientes significativos y altas R^2 , pero en realidad el modelo carece de valor. (Brooks, Henry & Persaud, 2002).

La prueba de Dickey- Fuller establece como hipótesis nula que la serie contiene una

raíz unitaria, versus la hipótesis alternativa que establece que la serie es estacionaria. Para el desarrollo de este análisis se buscaron valores menores al 0.05 en nivel de significancia para rechazar la hipótesis nula.

El siguiente paso de la metodología consistió en graficar los precios del oro y del MSCI para analizar su comportamiento. Se identificaron períodos donde los precios del spot decrecían y los precios del futuro del oro incrementaban mostrando claramente la opción de cobertura en este metal en tiempos de crisis. Posteriormente se construyeron las gráficas de los rendimientos del spot representado por el Índice MSCI y por los rendimientos del futuro del oro.

Posteriormente se determinó el riesgo de un portafolio con cobertura al obtener su varianza dada por:

$$\text{Var}(r_{Ht}) = \text{Var}(r_{St}) + h^2 \text{Var}(r_{ft}) - 2h \text{Cov}(r_{St}, r_{ft}) \quad (3)$$

Donde $\text{Var}(r_{Ht})$ es la varianza del portafolio con cobertura, $\text{Var}(r_{St})$ es la varianza de los rendimientos del Índice MSCI, $\text{Var}(r_{ft})$ es la varianza de los rendimientos del futuro del oro y $\text{Cov}(r_{St}, r_{ft})$ es la covarianza respectiva entre ambos instrumentos.

La siguiente etapa consistió en el cálculo de la razón óptima de cobertura OHR bajo tres modelos: regresión de mínimos cuadrados OLS, mínimos cuadrados con ventanas móviles y modelación de volatilidad con el Modelo de GARCH (1,1).

La manera más simple de realizar una cobertura es a través de los contratos futuros por la linealidad de su pago. Para poder cubrir una posición spot, la recomendación es utilizar

una razón de cobertura de uno. En el caso en el que el precio del spot y del futuro estén perfectamente correlacionados, esta cobertura minimiza el riesgo del portafolio porque los cambios en el spot estarán perfectamente alineados a los cambios de los precios del futuro. A esta razón de cobertura de uno se le conoce como cobertura “ingenua”.

Sin embargo, los mercados de spots y de futuros están caracterizados por su riesgo, es decir, los precios del spot y del futuro no están perfectamente correlacionados y convergen únicamente en la duración y fin del contrato. Por lo tanto, durante el periodo de cobertura, los cambios en la posición del spot no pueden estar perfectamente compensados por los cambios en los precios del futuro. En este caso,

la razón de cobertura “ingenua” no minimiza el riesgo del portafolio y de aquí surge la necesidad de estimar la razón óptima de cobertura (Dinica & Balea, 2009).

A continuación, se describirá el proceso llevado a cabo en cada uno de los modelos para determinar el nivel óptimo de cobertura.

3.2.1 Modelo de regresión tradicional de mínimos cuadrados (OLS)

El uso de un modelo de regresión simple como herramienta para determinar el nivel óptimo de

$$\Delta S_t = c + h^* \Delta F_t + \varepsilon_t \quad (4)$$

Donde c es la constante, h^* es el nivel óptimo de cobertura y ε_t es el error de la estimación.

$$h^* = \frac{\sigma_{sf}}{\sigma_f} \quad (5)$$

Donde σ_{sf} es la covarianza de los rendimientos de contado y de futuros y σ_f la varianza de los precios de los futuros.

3.2.2 Modelo de mínimos cuadrados con ventanas móviles

El modelo de mínimos cuadrados móviles utiliza el mismo procedimiento que el modelo de mínimos cuadrados estático. De acuerdo Bhattacharya, et al (2011), esta metodología se utiliza en la práctica como método funcional para ejemplificar los movimientos del mercado y el rebalanceo en los pesos de los fondos que el inversionista tendría que realizar para obtener un mejor rendimiento en su cartera de activos financieros. El proceso de cálculo del nivel óptimo de cobertura permanece constante en función al modelo anterior (fórmula 5). La diferencia principal radica en la elaboración de regresiones considerando periodos de 6 meses con ventanas dinámicas mensuales.

En el primer año se corre una regresión considerando el período 1 que abarcaría de enero a junio, el segundo periodo sería de febrero a julio, el tercero de marzo a agosto y así sucesivamente hasta completar la totalidad de años bajo estudio, generando de esta forma, una serie de niveles óptimos de cobertura en el

cobertura fue inicialmente explorado por Ederington (1979), al demostrar que la relación de cobertura óptima será el coeficiente de la pendiente de una regresión OLS debidamente especificada donde el precio de los futuros es la variable explicativa y el precio al contado es la variable dependiente. Si consideramos que S_t y F_t son los rendimientos de las posiciones de contado y de los futuros respectivamente, el nivel de cobertura que minimice la varianza puede ser estimado a partir de ese modelo.

Derivado de lo anterior, el nivel óptimo de cobertura puede ser expresado de la siguiente manera:

corto plazo, en lugar de un solo nivel de cobertura para todo el plazo.

3.2.3 Modelo GARCH (1,1)

Para llevar a cabo la modelación de volatilidad se utilizó el Modelo GARCH (1,1) Los modelos Autoregresivos Condicionalmente Heteroscedásticos o ARCH fueron introducidos por Engle en 1982. Estos modelos permitieron analizar la volatilidad condicional que presentan la mayoría de las series de tiempo, sin embargo, en muchas series, como por ejemplo en las financieras, el número de retardos a utilizar es muy elevado, lo cual dificulta su estimación, ya que se generaría una gran cantidad de interacciones. Derivado de lo anterior, han surgido diversas variaciones al modelo original ARCH.

Bollerslev y Taylor, de manera independiente, en 1986 convirtieron el modelo ARCH en un modelo GARCH, en el cual la varianza condicional no solo depende del cuadrado de las perturbaciones, sino que además de las varianzas condicionales de los períodos anteriores. El nuevo modelo permite captar las principales características de las series de tiempo: no estacionalidad de la series de precios; ausencia de autocorrelación de las variaciones de los precios; autocorrelación del

cuadrado del rendimiento; agrupamiento de la volatilidad; distribución de cola gruesa; efecto de apalancamiento; y estacionalidad. (Franco & Zakoian 2010).

El modelo GARCH calcula la varianza condicional, es decir, una estimación anticipada de un período para la varianza

$$\sigma_t^2 = \omega_0 + \alpha_1 u_{t-1}^2 + \beta \sigma_{t-1}^2, \quad \omega_0 > 0, \quad \alpha_1 \geq 0, \quad \beta_i \geq 0. \quad (6)$$

Donde σ_t^2 es la varianza condicional, ω es la constante, el coeficiente α representa que tan rápido el modelo reacciona, por ejemplo, a eventos en el mercado, el coeficiente β determina el grado de persistencia ante la volatilidad, u_{t-1}^2 representa la información acerca de la volatilidad durante el período anterior y σ_{t-1}^2 la varianza ajustada por el

calculada en función de cualquier información pasada que se considere relevante permitiendo que la variación condicional dependa de rezagos propios previos, quedando de esta forma representado el modelo GARCH (1,1) con la siguiente ecuación:

modelo durante el período previo. La suma de α y β se espera que sea cercano a uno.

De acuerdo a Kroner y Sultan, (1993) la cobertura óptima que minimiza la varianza puede construirse a partir de la varianza condicional estimada proveniente del modelo GARCH. Esta cobertura se determina a través de la siguiente fórmula:

$$\beta_{ijt} = h_{ijt}/h_{jtt} \quad (7)$$

donde h_{ijt} representa la varianza condicional del activo i y h_{jtt} representa la varianza condicional del activo j . Una posición larga en un activo puede ser cubierta por una posición corta en el segundo activo.

Las series financieras se caracterizan por ser modelos Autoregresivos Condicionalmente Heteroscedásticos por tener conglomerados de volatilidad. Para conocer si las series financieras bajo estudio presentan efectos de tipo ARCH, se realizó el test de Engle que indica la presencia de heteroscedasticidad en los residuos. La hipótesis nula señala que no existen efectos ARCH, mientras que la hipótesis alternativa

sugiere que existen alteraciones de heteroscedasticidad condicional (Engle & Granger, 1987). Para el desarrollo del análisis se buscaron valores menores al 0.05 para rechazar la hipótesis nula.

Después de calcular las razones óptimas de coberturas en cada uno de los modelos, se realizó el cálculo del indicador de efectividad de cobertura (HE) para cada tipo de portafolio. Se utilizó la razón eficiente de cobertura propuesta por Ederington (1979). Esta razón muestra la proporción de la varianza del precio del spot, en este caso el Índice MSCI, que es reducida a través de la cobertura con precios futuros del oro.

$$HE = 1 - \frac{Var(r_{Ht})}{Var(r_{St})} \quad (8)$$

Donde HE es el indicador de efectividad de cobertura, $Var(r_{Ht})$ representa la varianza de los rendimientos del portafolio con cobertura y $Var(r_{St})$ representa la varianza del rendimiento del portafolio sin cobertura. En el apartado de resultados se determina el portafolio más eficiente en cuanto a la reducción de volatilidad a través de su cobertura.

Por último, se construyeron los pesos en cada tipo de portafolio: regresión lineal con mínimos cuadrados, mínimos cuadrados con ventanas móviles de 6 meses y utilizando la volatilidad condicional a través del Modelo GARCH.

De acuerdo con la teoría de portafolios de Markowitz (1959) el peso de las participaciones entre dos activos que

minimizan el riesgo se constituye por la siguiente fórmula:

$$W_i = \frac{Var_j - Cov_{ij}}{Var_i + Var_j - 2Cov_{ij}} \quad (9)$$

$$W_j = 1 - W_i \quad (10)$$

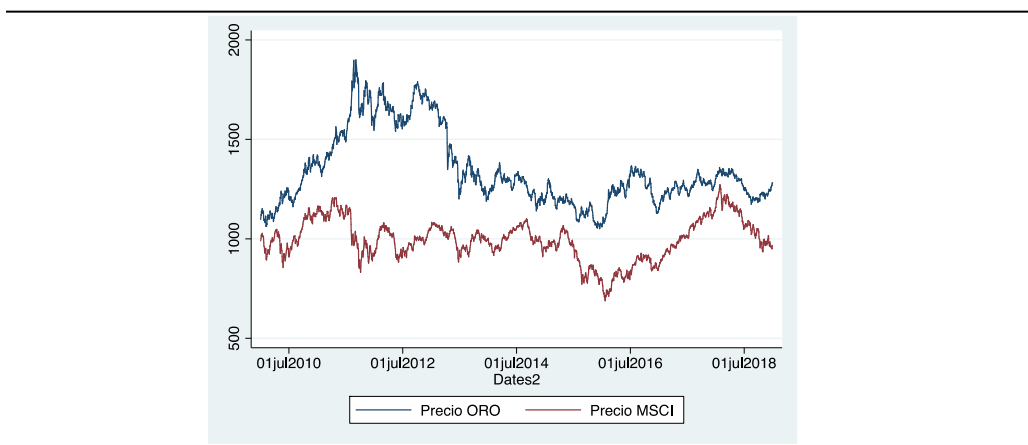
donde W_i es el peso del activo i , Var_j es la varianza del activo j y Cov_{ij} es la covarianza entre los dos activos. Es importante aclarar que para el último modelo de GARCH, se utilizó la varianza y covarianza condicional. Los resultados de los pesos en cada activo para los tres modelos se presentan en la siguiente sección.

4. RESULTADOS

Las gráficas de las series de tiempo para el Índice MSCI y el precio de los contratos de

futuros de oro se presentan en la Figura 1. Al graficar en forma conjunta las series de tiempo se puede apreciar que en los años 2011 al 2013 y a finales del 2015 al 2016 se tuvo un decremento importante en el Índice MSCI lo cual se compensó con un incremento en la demanda del oro (ver Figura 2). De acuerdo con Hillier *et al.*, (2006), este comportamiento es consistente al considerar en un portafolio eficiente la diversificación en metales preciosos para mitigar la volatilidad.

Figura 1. Identificación de períodos de alta volatilidad en el Índice MSCI y Futuro del Oro



Fuente: Elaboración propia con STATA v.15

Estas gráficas presentan conglomerados de volatilidad en periodos de tiempo específicos. Los conglomerados más pronunciados se muestran en el Índice MSCI, esto coincide con la desaceleración del crecimiento económico de China en el 2015 aunado a la caída de los precios del petróleo. Por otro lado, los futuros del oro presentan un comportamiento más estable, sin embargo, el mayor periodo de volatilidad se presenta en el 2011 donde el precio de este metal llegó a su máximo

histórico inducido por el panorama económico deteriorado de Estados Unidos y la desconfianza del dólar.

En la Tabla 2, por su parte, se presenta la estadística descriptiva de los precios del oro y de los precios del MSCI, además de la estadística descriptiva de los rendimientos en ambos activos. De acuerdo con estos resultados, se puede apreciar que el rendimiento promedio del oro es superior al del Índice de acciones del MSCI. Sin embargo,

la desviación estándar es parecida y en ambos casos es mayor que la media de los rendimientos.

En cada serie se presentan bajos valores de “skewness” o asimetría y altos valores en la curtosis indicando que los rendimientos no están normalmente distribuidos.

Tabla 2. Estadística descriptiva.

Concepto	Spot MSCI		Futuro ORO	
	Precio	Rendimiento	Precio	Rendimiento
Media	1342.3	0.004%	994.7	0.011%
Mínimo	1051.1	-6.317%	688.5	-9.074%
Máximo	1900.2	4.928%	1273.1	4.687%
Asimetría	0.0000	0.91574	0.0004	-0.12162
Curtosis	0.3423	2.78948	0.6208	2.87779
Desviación estándar	185.91	0.9760%	102.91	0.9706%
Volatilidad anualizada		15.49%		15.41%

Fuente: Elaboración propia en estadística descriptiva mediante el software STATA v.15

La matriz de correlación entre las variables bajo estudio se presenta en la Tabla 3, y en ella se puede apreciar que existe una correlación moderada y positiva entre el Índice MSCI y los futuros del oro.

De acuerdo con la teoría de portafolios, una correlación baja disminuye el riesgo global de una cartera de inversión asumiendo el mismo riesgo. (Markowitz, H. 1959).

Tabla 3. Matriz de correlación.

	MSCI	ORO
MSCI	1.0000	0.1907
ORO	0.1907	1.0000

Fuente: Resultados prueba correlación con STATA v.15

Los resultados de la prueba de raíz unitaria de Dickey-Fuller se presentan en la Tabla 4. Las pruebas demuestran que los precios del Índice MSCI y del futuro del oro son no estacionarios, pero sus rendimientos si,

al tener un p-value menor al 0.05. Para evitar resultados o regresiones espurias se utilizó para los cálculos futuros los rendimientos mensuales de ambos activos.

Tabla 4. Prueba de raíz unitaria Dickey-Fuller.

Concepto	Spot MSCI		Futuro ORO	
	estadístico t	p-value	estadístico t	p-value
Precio	-2.443	0.1301	-1.959	0.3050
Rendimiento	-37.27	0.0000	-44.421	0.0000
Valores críticos: 1%: -3.430; 5%:-2.860 ; y 10%:-2.570				

Fuente: Resultados prueba Dickey-Fuller obtenidos con STATA v.15

La volatilidad en las dos series de tiempo y su cambio a lo largo del periodo se ilustran en la Figura 2. Se puede apreciar en las figuras una conglomeración pronunciada en el 2011 y 2015 para el Índice MSCI y para el futuro del oro el 2011 representó el año con mayor volatilidad.

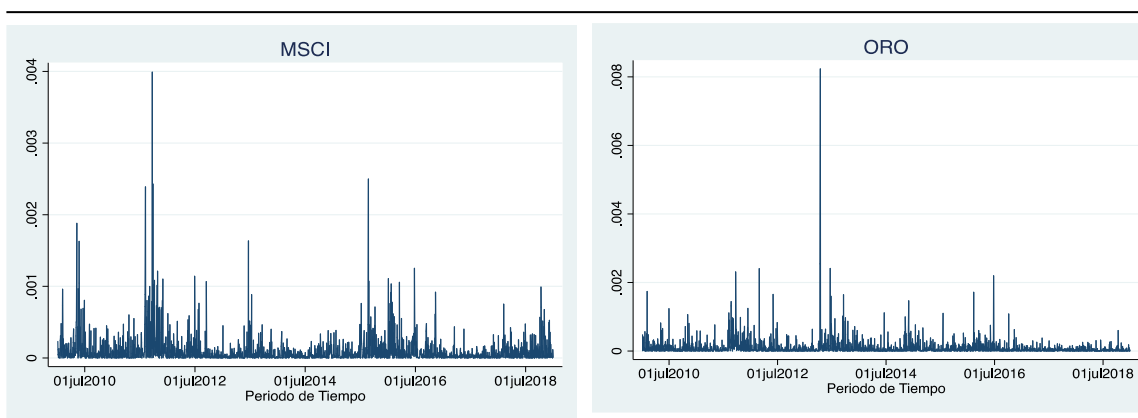
Al realizar un análisis comparativo entre las gráficas se puede apreciar un comportamiento más estable en los futuros del oro a diferencia del Índice de acciones de países emergentes.

La conglomeración de la volatilidad es consistente con los modelos ARCH-GARCH.

Estos conglomerados describen la tendencia de que altos cambios en los precios de los activos tienden a seguir cambios mayores y pequeños cambios en los precios siguen pequeños cambios en la volatilidad.

En otras palabras, el nivel actual de volatilidad está positivamente correlacionado con los periodos pasados (Brooks, Henry & Persaud, 2002).

Figura 2. Volatilidad del Índice MSCI y futuro del Oro.



Antes de proceder con la determinación de las razones óptimas de cobertura bajo los tres modelos, se calculó la prueba de Engle para estimar si el modelo ARCH-GARCH es óptimo y comprobar que

las series financieras presentan heteroscedasticidad condicional. En la Tabla 5 se presenta el resultado de la prueba en donde se rechaza la hipótesis nula que establece que no existen efectos ARCH.

Tabla 5. Test de Engle para efectos ARCH.

Rezagos	Chi-cuadrada	Grados libertad	P-value
1	33.387	1	0.0000

Fuente: Elaboración propia con STATA v.15

Continuando con el análisis y de acuerdo con la metodología descrita en párrafos anteriores, se procedió a calcular los niveles óptimos de cobertura OHR para cada uno de los modelos.

En la Tabla 6 se presentan los niveles óptimos de cobertura y la volatilidad para los modelos: portafolio estático utilizando la regresión por mínimos cuadrados (Modelo II),

portafolio dinámico con ventanas móviles (Modelo III) y portafolio con varianza condicional (Modelo IV).

El Modelo I representa un portafolio sin cobertura. En este caso el portafolio simplemente abarca una posición larga en el mercado.

Se observa que, aunque la rentabilidad es competitiva en comparación con los otros

modelos, existe una alta variabilidad en los rendimientos y es por eso por lo que se

necesita una cobertura que disminuya el riesgo.

Tabla 6. Niveles óptimos de cobertura y volatilidad por los tres modelos.

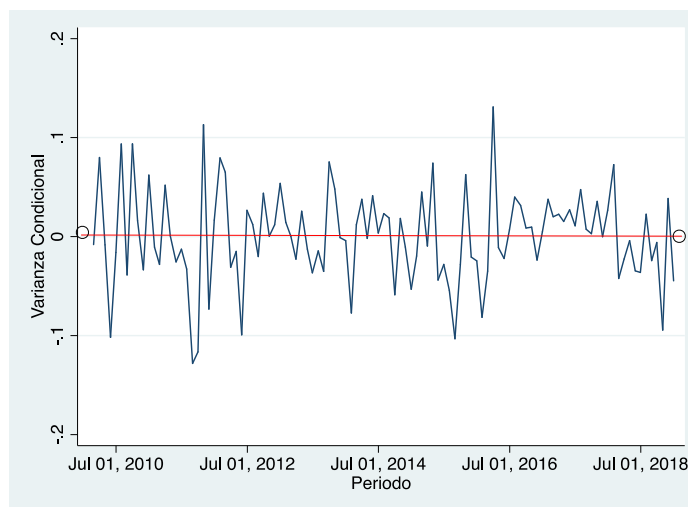
	Sin cobertura	Modelo I	Modelo II	Modelo III
NOC ⁽¹⁾	0.0000	0.2908	0.2681	0.2574
Rendimiento	0.0016	0.0014	0.0021	0.0021
Volatilidad	0.0387	0.0015	0.0011	0.0023

Fuente: Elaboración propia. Nota: (1) NOC: Nivel óptimo de cobertura

Se puede observar que existe una reducción en la volatilidad del 96.17% al pasar de un portafolio sin cobertura a un portafolio de mínima varianza por mínimos cuadrados (Modelo I). También se observa que existe una reducción en la volatilidad del 26.67% al pasar del Modelo I al Modelo II. Por otra parte, existe un aumento de volatilidad del 109% comparando el portafolio dinámico con el portafolio de varianza condicional GARCH representado por el Modelo III.

En la Figura 3 se aprecia la diferencia entre un portafolio estático que considera la misma varianza durante el periodo de inversión, representado por la línea horizontal en el eje 0, versus un portafolio dinámico utilizando la varianza condicional en donde el rebalanceo continuo de los pesos en los activos tiende a variar de acuerdo con el nivel de riesgo y perfil del inversionista.

Figura 3. Volatilidad en portafolio dinámico versus estático.



Fuente: Elaboración propia con STATA v.15.

Para determinar el grado óptimo de cobertura y su efectividad se realizó el cálculo de la razón de efectividad de cobertura HE. La eficiencia de la cobertura se obtuvo la razón compuesta por la varianza de los rendimientos

del portafolio con cobertura entre la varianza del portafolio sin cobertura. Los resultados de la eficiencia en la cobertura se presentan en la tabla 7.

Tabla 7. Eficiencia en cobertura.

	Modelo I	Modelo II	Modelo III
Eficiencia de cobertura o HE	0.08	0.19	0.18

Fuente: Elaboración propia.

Como se puede apreciar en la tabla anterior, el portafolio estático tiene la menor efectividad de cobertura mostrando solamente una reducción en la varianza del portafolio con cobertura del 8 %. El portafolio con ventanas móviles de 6 meses muestra la mayor efectividad al reducir la varianza en un 19 %, seguido del portafolio GARCH con varianza condicional que reduce la volatilidad en un 18 %. Estos resultados son congruentes con los obtenidos por Dinica & Balea (2009), Ku *et al.*, (2007), Byström (2003) y Linen *et al.*, (2002) al indicar que un modelo dinámico de cobertura OLS proporciona una mejor

eficiencia de cobertura que uno calculado con modelos autoregresivos. También coinciden con los resultados del estudio de Bhattacharya *et al.*, (2011) que indican que un modelo dinámico de OLS proporciona una mayor efectividad de cobertura que un OLS estático.

Por último, se calcularon los pesos de los portafolios de mínima varianza para los tres modelos. En la Tabla 8 se observa que la recomendación de invertir en el futuro del oro debe de ser prioridad en los portafolios del público inversionista ya que puede mitigar en gran escala el riesgo que presentan las inversiones en países emergentes.

Tabla 8. Pesos de los portafolios.

	Modelo I	Modelo II	Modelo III
Índice MSCI	46 %	49 %	5 %
Futuro Oro	54 %	51 %	95 %

Fuente: Elaboración propia.

5. CONCLUSIONES

La importancia de las economías emergentes combinadas con el creciente financiamiento en mercados de futuros de metales preciosos representan grandes oportunidades de inversión.

La utilización de un solo commodity como herramienta de cobertura ha sido poco estudiada en la literatura. En esta investigación, al utilizar los futuros del oro como herramienta de cobertura para un portafolio de inversión en el Índice MCSI para Mercados Emergentes, se pudo constatar que el utilizar este tipo de cobertura permite diversificar el riesgo en períodos de alta volatilidad.

Al no existir un consenso sobre si los modelos GARCH generan una cobertura más

eficiente que otros modelos, esta investigación buscó comparar la eficiencia de la cobertura mediante tres modelos: Modelo I portafolio estático utilizando regresión por mínimos cuadrados, Modelo II portafolio dinámico utilizando regresión con ventanas móviles y Modelo III portafolio con varianza condicional con GARCH (1, 1).

Los resultados de este estudio indican que, de los tres modelos analizados, el método de mínimos cuadrados con ventanas móviles de 6 meses fue el que generó la mayor eficiencia en la cobertura y la menor volatilidad, inclusive por encima del modelo GARCH que en este estudio resultó ligeramente menos eficiente. Esto coincide con los resultados en investigaciones de Ku *et al.*, (2007), Byström (2003) y Linen *et al.*, (2002).

La contribución de esta investigación se considera relevante debido a tres principales razones: en primer lugar, los países emergentes representan oportunidades de inversión por tener rendimientos atractivos y volatilidades altas, siendo necesario establecer mecanismos que permitan tener niveles óptimos de cobertura en los portafolios con el objetivo de minimizar su exposición al riesgo. En segundo lugar, los modelos bajo estudio indican que el tener cualquier nivel de cobertura es mejor que no tener ninguno, ya que la varianza disminuye significativamente en un 96.17 % en relación a una cobertura estática. Sin embargo, es importante exponer

la necesidad de tener un modelo dinámico de cobertura que se adecue y capture los movimientos del mercado. Por último, a pesar de que el Modelo GARCH modela de manera eficiente los movimientos de la varianza condicional, un modelo de mínimos cuadrados demuestra ser una herramienta accesible y fácil de implementar en la determinación de los niveles óptimos de cobertura.

Finalmente, posibles líneas de investigación podrían basarse en comparar la aplicación de los modelos presentados creando portafolios con diferentes commodities y utilizando índices de economías desarrolladas para medir el grado de exposición al riesgo.

REFERENCIAS

- Baillie, R. T., & Myers, R. J. (1991). Bivariate GARCH estimation of the optimal commodity futures hedge. *Journal of Applied Econometrics*, 6(2), 109-124.
- Basher, S. A., & Sadorsky, P. (2015). Hedging emerging market stock prices with oil, gold, VIX, and bonds: A comparison between DCC, ADCC and GO-GARCH. *Energy Economics*, 54, 235-247.
- Bhattacharya, S., Singh, H., & Alas, R. M. (2011). Optimal Hedge Ratio with Moving Least Squares—An Empirical Study Using Indian Single Stock Futures Data. *International Research Journal of Finance and Economics*, 79, 98-111.
- Byström, H. N. (2003). The hedging performance of electricity futures on the Nordic power exchange. *Applied Economics*, 35(1), 1-11.
- Bollerslev, T. (1986). Generalized autoregressive conditional heteroskedasticity. *Journal of econometrics*, 31(3), 307-327.
- Brooks, C., Henry, O. T., & Persaud, G. (2002). The effect of asymmetries on optimal hedge ratios. *The Journal of Business*, 75(2), 333-352.
- Chang, C. L., McAleer, M., & Tansuchat, R. (2013). Conditional correlations and volatility spillovers between crude oil and stock index returns. *The North American Journal of Economics and Finance*, 25, 116-138.
- Creti, A., Joëts, M., & Mignon, V. (2013). On the links between stock and commodity markets' volatility. *Energy Economics*, 37, 16-28.
- Dickey, D. A., & Fuller, W. A. (1979). Distribution of the estimators for autoregressive time series with a unit root. *Journal of the American statistical association*, 74(366a), 427-431.
- Dinică, M. C., & Balea, E. C. (2014). Natural Gas Price Volatility and Optimal Hedge Ratios. *Economic Computation & Economic Cybernetics Studies & Research*, 48(3).
- Ederington, L. H. (1979). The hedging performance of the new futures markets. *The Journal of Finance*, 34(1), 157-170.
- Engle, R. F. (1982). Autoregressive conditional heteroscedasticity with estimates of the variance of United Kingdom inflation. *Econometrica: Journal of the Econometric Society*, 987-1007.
- Engle, R. F., & Granger, C. W. (1987). Co-integration and error correction: representation, estimation, and testing. *Econometrica: Journal of the Econometric Society*, 251-276.
- Erb, C. B., & Harvey, C. R. (2006). The strategic and tactical value of commodity futures. *Financial Analysts Journal*, 62, 69-97.
- Franco, C., & Zakoian, J. (2010). *GARCH models, structure, statistical inference and financial application*. Wiley London.
- García, A., Zabeh, B., Hosein, M., & Rositas, J. (2006). Optimal Hedge Ratio estimation: GARCH (1, 1) approach, a new model. *Innovaciones de Negocios*, 3(6), 227-242.
- Gorton, G., & Rouwenhorst, K. G. (2004). *Facts and fantasies about commodity futures* (No. w10595). National Bureau of Economic Research.
- Hillier, D., Draper, P., & Faff, R. (2006). Do precious metals shine? An investment perspective. *Financial Analysts Journal*, 98-106.
- Ibbotson Associates, (2006) *Strategic Asset Allocation and Commodities*, Chicago
- Kroner, K. F., & Sultan, J. (1993). Time-varying distributions and dynamic hedging with foreign currency futures. *Journal of financial and quantitative analysis*, 28(4), 535-551.
- Ku, Y. H. H., Chen, H. C., & Chen, K. H. (2007). On the application of the dynamic conditional correlation model in estimating optimal time-varying hedge ratios. *Applied Economics Letters*, 14(7), 503-509.
- Lintner, J. (1965). Security prices, risk, and maximal gains from diversification. *The journal of finance*, 20(4), 587-615.
- Markowitz, H. (1959). Portfolio selection. *Investment under Uncertainty*.

- Mili, M., & Abid, F. (2004). Optimal hedge ratios estimate: Static vs Dynamic hedging. *Finance India*, 18, 655.
- Mossin, J. (1966). Equilibrium in a capital asset market. *Econometrica: Journal of the econometric society*, 768-783.
- Myers, R. J., & Thompson, S. R. (1989). Generalized optimal hedge ratio estimation. *American Journal of Agricultural Economics*, 71(4), 858-868.
- Michaud, R. O., Michaud, R., & Pulvermacher, K. (2006). Gold as a strategic asset. *World Gold Council, London* 10.
- Pástor, L. (2000). Portfolio selection and asset pricing models. *The Journal of Finance*, 55(1), 179-223.
- Rondinone, G., & Thomasz, E. O. (2018). Financiarización de commodities: la incidencia de la tasa de interés en el precio del frijol de soya durante el periodo 1990-2014. *Revista Análisis Económico*, 31(77), 53-83.
- Sadorsky, P. (2014). Modeling volatility and correlations between emerging market stock prices and the prices of copper, oil and wheat. *Energy Economics*, 43, 72-81.
- Sharpe, W. F. (1964). Capital asset prices: A theory of market equilibrium under conditions of risk. *The journal of finance*, 19(3), 425-442.
- Wang, K. M., Lee, Y. M., & Thi, T. B. N. (2011). Time and place where gold acts as an inflation hedge: An application of long-run and short-run threshold model. *Economic Modelling*, 28(3), 806-819.